



**HAL**  
open science

## Mise en œuvre pratique de réseaux possibilistes pour modéliser la spécialisation sociale dans les espaces métropolisés

Matteo Caglioni, Didier Dubois, Giovanni Fusco, Diego Moreno, Henri Prade,  
Floriane Scarella, Andrea G. B. Tettamanzi

► **To cite this version:**

Matteo Caglioni, Didier Dubois, Giovanni Fusco, Diego Moreno, Henri Prade, et al.. Mise en œuvre pratique de réseaux possibilistes pour modéliser la spécialisation sociale dans les espaces métropolisés. Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications (LFA 2014), Oct 2014, Cargèse, France. pp.267-274. hal-01150542

**HAL Id: hal-01150542**

**<https://hal.science/hal-01150542>**

Submitted on 11 May 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Mise en œuvre pratique de réseaux possibilistes pour modéliser la spécialisation sociale dans les espaces métropolisés

## Practical issues of possibilistic networks for modeling social specialization within metropolitan areas

Matteo Caglioni<sup>1</sup>  
Diego Moreno<sup>1</sup>

Didier Dubois<sup>2</sup>  
Henri Prade<sup>2</sup>  
Andrea G. B. Tettamanzi<sup>3</sup>

Giovanni Fusco<sup>1</sup>  
Floriane Scarella<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Univ. Nice Sophia Antipolis/CNRS, ESPACE, UMR7300, 98 Bd. Herriot, BP 3209, 06204 Nice, France  
{caglioni, fusco, moreno, scarella}@unice.fr

<sup>2</sup> IRIT CNRS/Université de Toulouse, 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 09, France  
{dubois, prade}@irit.fr

<sup>3</sup> Univ. Nice Sophia Antipolis/CNRS, I3S, UMR7271, 06903 Sophia Antipolis, France  
andrea.tettamanzi@unice.fr

### Résumé :

La spécialisation sociale des communes au sein d'une aire métropolitaine est un enjeu majeur pour les politiques publiques. Modéliser cette dynamique, imparfaitement connue, permet d'explorer des scénarios de développement. Les réseaux possibilistes offrent une approche modélisatrice bien adaptée à l'incertitude des connaissances du processus de spécialisation. Leur mise en œuvre pratique nécessite la spécification de possibilités conditionnelles qui, comme dans le cas probabiliste, peut être simplifiée à l'aide de connecteurs (et, ou, max, ...) incertains. L'intérêt de ces outils est illustré sur un exemple simplifié de réseau possibiliste modélisant la spécialisation sociale dans l'aire métropolitaine marseillaise.

### Mots-clés :

Spécialisation sociale, aires métropolitaines, réseaux possibilistes, connecteurs logiques bruités.

### Abstract:

Social specialization of districts within a metropolitan area is a major stake for public policies. Modeling these imperfectly known dynamics makes it possible to explore development scenarios. Possibilistic networks offer a modeling approach which is well suited to dealing with an uncertain knowledge of the specialization process. Their practical application requires the specification of conditional possibilities, which, like in the probabilistic case, may be simplified by means of uncertain (and, or, max, ...) logical gates. The interest of such tools is illustrated on a simplified example of a possibilistic network for the modeling of social specialization within the Marseilles metropolitan area.

### Keywords:

Social specialization, metropolitan areas, possibilistic networks, noisy logical gates.

## 1 Introduction

La métropolisation est un phénomène émergeant qui est en train de reconfigurer nos espaces urbains, mais dont les géographes, les aménageurs et les décideurs ont encore une connaissance incomplète. Au delà de la réorganisation fonctionnelle des espaces, la métropolisation semble produire une spécialisation sociale accrue des territoires. Des politiques publiques sont mises en place pour contrecarrer ces phénomènes, comme la loi SRU en France qui institue un quota de logements sociaux dans les communes au sein des grandes agglomérations. Pour autant, l'impact de ces mesures n'a fait l'objet d'aucune évaluation, tant la connaissance des phénomènes à l'œuvre reste incertaine. Il serait dès lors particulièrement utile de disposer de modèles pour appréhender, au moins de façon stylisées, les processus en place, simuler des scénarios et évaluer l'efficacité des politiques. Ces modèles devraient être bâtis à l'aide des formalismes de la connaissance incertaine, pour intégrer et non pas éluder l'impossibilité d'identifier des relations strictement déterministes entre les phénomènes étudiés. Un modèle probabiliste pour la spécialisation

sociale des communes de l'aire métropolitaine marseillaise a déjà été développé sous la forme d'un réseau bayésien [19]. Dans cet article, nous montrerons l'intérêt d'implémenter cette modélisation en théorie des possibilités ainsi qu'un certain nombre de développements nécessaires pour cette implémentation, notamment en ce qui concerne la traduction possibiliste des connecteurs logiques bruités.

## 2 Modéliser la spécialisation sociale dans les espaces métropolisés

À l'échelle planétaire, la métropolisation est le processus de mise en réseaux des très grandes villes et la concentration des fonctions économiques supérieures en leur sein [16, 18, 20]. À l'échelle locale, la métropolisation se traduit par l'élargissement du pouvoir de commandement des pôles métropolitains sur des vastes étendues (par le biais, entre autres, des flux de mobilité quotidienne, commerciale, résidentielle, etc.) : les espaces périphériques, les villes petites et moyennes et les espaces ruraux autour des grandes agglomérations participent alors, à différents titres, au fonctionnement d'une aire métropolitaine. La concurrence accrue entre ménages et entreprises pour les espaces centraux des métropoles est un moteur puissant pour l'étalement urbain, qui dilate l'espace métropolitain et rend l'accessibilité par les réseaux de transports plus importante que la proximité spatiale. Cet élargissement des fonctionnements urbains semble avoir un impact sur l'organisation sociale de l'espace [2, 7, 13]. La ségrégation urbaine opposant les différents quartiers de la ville, classiquement investie par la géographie et la sociologie urbaine, se double ainsi d'une métrô-ségrégation [13], où des forts clivages caractérisent des communes entières au sein de l'aire métropolitaine. Il est en réalité difficile de quantifier empiriquement l'impact de la métropolisation sur ces phénomènes, d'où l'intérêt à modéliser les processus à l'œuvre (au moins dans leurs grandes lignes) à partir des connaissances d'experts et de réalités empiriques seulement partiellement connues. Notre

cas d'étude est celui de l'aire métropolitaine marseillaise. La transformation métropolitaine de cet espace est relativement aboutie [12] et l'espace métropolisé dépasse largement le seul département des Bouches-du-Rhône. Dès les années 1990, Centi [8] a montré le caractère discriminant de la géographie du non-emploi dans l'espace métropolitain marseillais, où des communes attractives pour les cadres s'opposent à d'autres qui deviennent l'espace de relégation des chômeurs. La spécialisation sociale des communes est liée aux mouvements de population dans l'aire métropolitaine [12], qui sont à leur tour influencés par la situation de la commune, ses caractéristiques intrinsèques (aménités disponibles, parc logements, etc.) ainsi que par les politiques communales, les maires restant des acteurs incontournables dans les politiques d'urbanisme et du logement. La connaissance de ces liens reste cependant approximative et incertaine. Nous avons ainsi souhaité modéliser l'évolution de la spécialisation sociale d'une commune en situation de connaissance incertaine des liens avec ses possibles facteurs explicatifs. Les partis pris de notre modélisation sont les suivants :

- Pour simplifier, nous définissons la valorisation comme la spécialisation d'une commune dans l'accueil de cadres et la dévalorisation comme sa spécialisation dans l'accueil de chômeurs.
- Le modèle doit être capable d'inférer, en contexte de connaissance incertaine de sa situation initiale et du lien entre les variables, la valorisation/dévalorisation de chaque commune à un horizon de 10/15 ans.
- Le voisinage entre communes est défini par la proximité dans l'espace-temps des réseaux routiers et non pas par la contiguïté dans l'espace topologique des limites administratives.
- Les facteurs explicatifs pris en compte sont : l'inertie de la commune au changement, sa situation vis-à-vis de la spécialisation résidentielle des communes voisines (marge, contraste, etc.), la percolation de la valorisation/dévalorisation par le biais des

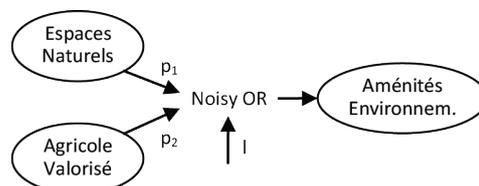
flux résidentiels, les facteurs qui favorisent la gentrification périurbaine (aménités environnementales, proximité aux pôles métropolitains, diversité du parc logement) et les facteurs qui l’entravent (paysage dégradé, spécialisation du parc logement, forte présence de logements sociaux, éloignement des pôles métropolitains).

En utilisant le formalisme des réseaux bayésiens (RB) [15], nous avons déjà implémenté le modèle avec 26 variables (dont 10 non observables et 18 booléennes) et 29 liens probabilistes [19]. La construction du modèle a posé le problème de l’élucation de la connaissance experte : dans l’impossibilité d’obtenir d’un expert les nombreux paramètres des tables des probabilités conditionnelles (TPC) (dans une TPC, le nombre de paramètres croit de façon exponentielle avec le nombre de variables), nous avons développé un RB avec connecteurs logiques bruités sous l’hypothèse d’influences causales indépendantes (ICI) [9, 14]. Le nombre de paramètres équivaut alors à celui des variables (chaque paramètre traduit la « force probabiliste » de l’impact causal d’une variable) plus un facteur de fuite (*leak*) résumant l’impact de toutes les variables omises dans le modèle. L’intérêt d’une modélisation bayésienne employant des connecteurs logiques bruités a déjà été montré dans le domaine de la géoprospective territoriale [11]. Ainsi, les connecteurs Noisy OR et Noisy AND modélisent les relations de causalité suffisante et nécessaire, respectivement, entre variables booléennes. Le connecteur Noisy MAX généralise le Noisy OR dans le cas de variables non booléennes pour lesquelles on peut fournir une hiérarchie causale entre les modalités. La dérivation d’une table de probabilité conditionnelle à partir d’un connecteur logique bruité est directe. Dans le cas booléen du Noisy OR, par exemple, soient les variables  $X_1$  et  $X_2$  deux causes suffisantes pour la variable  $Y$ , avec forces probabilistes  $p_1$  et  $p_2$ , respectivement, et soit  $l$  le paramètre

de *leak*. Les causes  $X_1$  et  $X_2$  auront alors des probabilités d’inhibition  $1 - p_1$  et  $1 - p_2$ , respectivement. La table des probabilités conditionnelles de  $\neg y$  sera alors :

$P(\neg y   X_1, X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$
$x_2$	$(1 - p_1)(1 - p_2)(1 - l)$	$(1 - p_2)(1 - l)$
$\neg x_2$	$(1 - p_1)(1 - l)$	$1 - l$

Avec le même jeu de paramètres  $p_1$ ,  $p_2$  et  $l$  on peut calculer les probabilités conditionnelles  $P(y | X_1, X_2)$ . La Figure 1 montre un exemple de génération de TPC issue du modèle bayésien de l’aire métropolitaine marseillaise.



Où  $p_i$  interprétable comme « force probabiliste » de la cause  $x_i$  ( $P(\text{aménités\_environnementales} | \text{espaces\_naturels}, \text{agricole\_valorisé}) = \text{Noisy OR}(\text{leak } 0.1, \text{espaces\_naturels } 0.8, \text{agricole\_valorisé } 0.9)$ )

Table des probabilités conditionnelles pour la variable *aménités\_environnementales* :

<i>espaces_naturels</i>	<i>agricole_valorisé</i>	oui	non
oui	oui	0.982	0.018
oui	non	0.82	0.18
non	oui	0.91	0.09
non	non	0.10	0.90

Figure 1 – Génération d’une TPC à partir d’un connecteur Noisy OR

Or, en dépit de l’avantage certain de l’approche ICI, le cadre probabiliste n’est pas forcément le plus approprié pour l’élucation de connaissances incertaines :

- Souvent, il est plus simple pour un expert d’ordonner hiérarchiquement les impacts des facteurs selon l’approche possibiliste que de les quantifier en respectant les axiomes de la théorie des probabilités (même dans le cadre de probabilités subjectives bayésiennes) ;
- L’évaluation de nombreuses variables (par exemple la valorisation de la commune à un temps  $t$ ) se fait par le biais du dépassement de seuils, qui gagneraient à être représentés par une fonction d’appartenance floue. Cette

dernière génèrerait alors des distributions de possibilités du dépassement de ces seuils, ce qui suggère d'implémenter le réseau bayésien avec une logique possibiliste.

L'implémentation possibiliste du modèle de spécialisation sociale des communes de l'aire métropolitaine marseillaise pose ainsi les défis suivants à la collaboration entre géographes et informaticiens : proposer un seuillage flou dans l'évaluation des variables ; implémenter les algorithmes des arbres de jonction en théorie possibiliste pour la propagation des connaissances incertaines ; développer des équivalents possibilistes pour les connecteurs logiques bruités. La suite de l'article se focalisera uniquement sur ce dernier point, déjà abordé par [17] de manière empirique directement dans le cadre de la logique possibiliste, à une époque où les réseaux possibilistes n'avaient pas encore été introduits. La question ne semble pas avoir été reconsidérée depuis, si on excepte une proposition récente dans le cadre plus large des probabilités imprécises [1].

### 3 Réseaux possibilistes canoniques

La théorie des possibilités [10, 21] est basée sur l'idée de fonctions d'ensemble maxitives associées à des distributions de possibilités. Formellement, étant donné un univers du discours  $U$ , une distribution de possibilités  $\pi$  de  $U$  dans  $[0, 1]$ , on associe la mesure de possibilité d'un événement  $A$ , définie par

$$\Pi(A) = \sup_{u \in A} \pi(u)$$

La distribution  $\pi$  représente l'information disponible.  $\pi(u) = 0$  signifie que  $u$  est impossible. Des valeurs distinctes  $u$  et  $u'$  peuvent être simultanément possibles au degré 1. La cohérence de l'information est exprimée par la normalisation de  $\pi$  :  $\exists u \in U, \pi(u) = 1$ . Un état d'ignorance totale est représenté par la distribution  $\pi_{\text{?}}(u) = 1, \forall u \in U$ . Les mesures de possibilité sont maxitives, c'est-à-dire

$$\forall A, \forall B, \Pi(A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B)).$$

Une mesure duale de nécessité  $N(A) = 1 - \Pi(U \setminus A)$  exprime la certitude de  $A$  comme l'impossibilité de non- $A$ .

Un réseau possibiliste [3, 4, 6] a la même structure qu'un réseau bayésien : on définit

$$\pi(x_1, \dots, x_n) = *_{i=1, \dots, n} \pi(x_i | pa(X_i))$$

pour  $n$  variables reliées par un graphe acyclique,  $x_i$  étant une instantiation de la variable  $X_i$ , et  $pa(X_i)$  une instantiation des variables parents de  $x_i$ . L'opération  $*$  est le minimum (cas qualitatif) ou le produit (cas numérique).

Les modèles déterministes  $Y = f(X_1, \dots, X_n)$  sont définis comme dans le cas probabiliste :

$$\pi(y | x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & \text{si } y = f(x_1, \dots, x_n); \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

Considérons les modèles possibilistes à *influences causales indépendantes* (ICI). Ils utilisent une fonction déterministe  $Y = f(Z_1, \dots, Z_n)$  avec  $n$  variables causales intermédiaires  $Z_i$  qui indiquent que la cause  $X_i$  a produit son effet.  $\pi(y | x_1, \dots, x_n)$  est de la forme :

$$\pi(y | z_1, \dots, z_n) * \pi(z_1, \dots, z_n | x_1, \dots, x_n),$$

où  $\pi(y | z_1, \dots, z_n)$  obéit à l'équation (1). De plus, chaque variable  $Z_i$  ne dépend (de façon incertaine) que d'une seule variable  $X_i$ . On a donc  $\pi(z_1, \dots, z_n | x_1, \dots, x_n) = *_{i=1, \dots, n} \pi(z_i | x_i)$ . On a donc l'égalité :

$$\pi(y | x_1, \dots, x_n) = \max_{z_1, \dots, z_n : y = f(z_1, \dots, z_n)} *_{i=1, \dots, n} \pi(z_i | x_i). \quad (2)$$

Si on suppose que  $y$  dépend aussi de façon incertaine d'autres causes résumées par une variable  $Z_L$  dite de fuite ("leaky"), on a alors  $\pi(y | x_1, \dots, x_k) =$

$$\max_{z_1, \dots, z_n, z_L : y = f(z_1, \dots, z_n, z_L)} *_{i=1, \dots, n} \pi(z_i | x_i) * \pi(z_L)$$

### 3.1 OU incertain

On suppose les variables booléennes (i.e.,  $Y = y$  ou  $\neg y$ , etc.). Le OU incertain (“noisy OR”) suppose que  $X_i = x_i$  représente une cause suffisante de  $Y = y$  et  $Z_i = z_i$  indique que  $X_i = x_i$  a causé  $Y = y$ . On a donc  $f(z_1, \dots, z_n) = \bigvee_{i=1}^n z_i$ . L’incertitude indique que les causes ne produisent pas toujours leurs effets.  $Z_i = \neg z_i$  indique que  $X_i = x_i$  n’a pas causé  $Y = y$  à cause de la présence d’un inhibiteur qui empêche l’effet de se produire. On suppose qu’il est plus possible que  $X_i = x_i$  cause  $Y = y$  plutôt que pas (sinon on ne dirait pas que  $X_i = x_i$  suffit à causer  $Y = y$ ). Donc on pose  $\pi(z_i|x_i) = 1, \pi(\neg z_i|x_i) = \kappa_i < 1$ . Par ailleurs  $\pi(z_i|\neg x_i) = 0$  car si  $x_i$  est absent, il ne cause pas  $z_i$ . D’où la table :

$\pi(Z_i X_i)$	$x_i$	$\neg x_i$
$z_i$	1	0
$\neg z_i$	$\kappa_i$	1

On peut donc construire la table de possibilités conditionnelles  $\pi(Y|(X_1, \dots, X_n))$  avec l’équation (2). Notons  $\mathbf{x}$  une configuration de  $(X_1, \dots, X_n)$  On note  $I_+(\mathbf{x}) = \{i : X_i = x_i\}$  et  $I_-(\mathbf{x}) = \{i : X_i = \neg x_i\}$ . On remarque que  $\neg y$  ne s’obtient que si  $pa(Y) = (\neg z_1, \dots, \neg z_n)$ . On trouve donc

- $\pi(\neg y|\mathbf{x}) = \prod_{i=1, \dots, n} \pi(\neg z_i|X_i = \mathbf{x}_i) = \prod_{i \in I_+(\mathbf{x})} \kappa_i$
- $\pi(y|\mathbf{x}) = 1$ , si  $\mathbf{x} \neq (\neg x_1, \dots, \neg x_n)$
- $\pi(\neg y|\neg x_1, \dots, \neg x_n) = 1, \pi(y|\neg x_1, \dots, \neg x_n) = 0$  (si les causes sont absentes l’effet est nécessairement absent).

Pour  $n = 2$ , l’équation (2) donne la table conditionnelle :

$\pi(y X_1X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$	$\pi(\neg y X_1X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$
$x_2$	1	1	$x_2$	$\kappa_1 * \kappa_2$	$\kappa_2$
$\neg x_2$	1	0	$\neg x_2$	$\kappa_1$	1

Plus généralement, s’il y a  $n$  causes, il faut fournir  $n$  valeurs de paramètres  $\kappa_i$ .

### 3.2 OU incertain avec fuite

On suppose que  $f(Z_1, \dots, Z_n) = \bigvee_{i=1}^n Z_i \vee Z_L$ , où  $Z_L$  est une cause externe inconnue. Et on pose  $\pi(z_L) = \kappa_L < 1$  en supposant que  $z_L$  n’est pas une cause usuelle. On trouve donc

- $\pi(\neg y|\mathbf{x}) = \prod_{i=1, \dots, n} \pi(\neg z_i|X_i = \mathbf{x}_i) * \pi(\neg z_L)$   
 $= \prod_{i \in I_+(\mathbf{x})} \kappa_i$
- $\pi(y|\mathbf{x}) = 1$ , si  $\mathbf{x} \neq (\neg x_1, \dots, \neg x_n)$
- $\pi(\neg y|\neg x_1, \dots, \neg x_n) = 1$
- $\pi(y|\neg x_1, \dots, \neg x_n) = \kappa_L$  (si les causes  $x_i$  sont absentes il y a une possibilité pour que  $Y = y$  à savoir si la cause externe est présente).

En effet,  $\pi(y|(\neg x_1, \dots, \neg x_n)) =$

$$\begin{aligned} & \max(\pi(y|(\neg x_1, \dots, \neg x_n, z_L)) * \pi(z_L), \\ & \pi(y|(\neg x_1, \dots, \neg x_n, \neg z_L)) * \pi(\neg z_L)) \\ & = \max(1 * \kappa_L, 0 * 1) = \kappa_L \end{aligned}$$

Pour  $n = 2$  on trouve la table conditionnelle :

$\pi(y X_1X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$	$\pi(\neg y X_1X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$
$x_2$	1	1	$x_2$	$\kappa_1 * \kappa_2$	$\kappa_2$
$\neg x_2$	1	$\kappa_L$	$\neg x_2$	$\kappa_1$	1

S’il y a  $n$  causes, il faut fournir  $n + 1$  valeurs de paramètres  $\kappa_i$ .

### 3.3 MAX incertain

Le MAX incertain est une extension multi-valuée du OU incertain avec des variables à valeurs sur une échelle de gravité ou d’intensité totalement ordonnée finie  $L = \{0 < 1 < \dots < m\}$ . On considère  $Y = \max(Z_1, \dots, Z_n)$ .  $Z_i = z_i \in L$  représente le fait que  $X_i$  a élevé la valeur de  $Y$  au moins au niveau  $z_i$ . On se donne des distributions de possibilité conditionnelles  $\pi(y|x_i)$ . On peut alors calculer les tables conditionnelles.

$$\begin{aligned} \pi(y|x_1, \dots, x_n) &= \max_{z_1, \dots, z_n: y = \max(z_1, \dots, z_n)} \prod_{i=1}^n \pi(z_i|x_i) \\ &= \max_{i=1}^n \pi(y|x_i) * (\prod_{j \neq i} \Pi(Z_j \leq y|x_j)) \end{aligned}$$

Dans un cadre causal, on suppose que  $y = 0$  est un état normal, et  $y > 0$  est plus ou moins anormal,  $y = m$  étant totalement anormal. Il est supposé attendu que si  $X_i = j$  alors  $Z_i = j$  soit  $\Pi(Z_i = j|X_i = j) = 1$ . Par ailleurs

- $\Pi(Z_i > j|X_i = j) = 0$  (on suppose qu’une cause de faible intensité ne peut pas créer un effet de forte gravité)

- $0 < \Pi(Z_i < j|X_i = j) < 1$ . De plus, une cause de forte intensité peut parfois ne créer qu'un effet de faible gravité, voire pas d'effet du tout.
- Un effet de gravité plus faible que l'intensité d'une cause est d'autant moins plausible que cet effet est faible. On suppose donc que  $0 < \pi(Z_i = 0|X_i = j) < \pi(Z_i = 1|X_i = j) < \dots < \pi(Z_i = j|X_i = j) = 1$

Donc on se donne une table comme suit (pour 3 niveaux de gravité 0, 1, 2).

$\pi(Z_i X_i)$	$X_i = 2$	$X_i = 1$	$X_i = 0$
$Z_i = 2$	1	0	0
$Z_i = 1$	$\kappa_i^{12}$	1	0
$Z_i = 0$	$\kappa_i^{02}$	$\kappa_i^{01}$	1

où  $0 < \kappa_i^{02} < \kappa_i^{12} < 1, 0 < \kappa_i^{01} < 1$ . Si on a  $m$  niveaux de gravité on doit donner  $\frac{m(m+1)}{2}$  coefficients. On peut donc construire la table de possibilités conditionnelles avec l'équation (2).

$$\pi(Y = j|\mathbf{x}) = \max_{i=1}^n \pi(Z_i = j|x_i) * (*_{\ell \neq i} \Pi(Z_\ell \leq j|x_\ell))$$

On l'obtient en combinant les  $\pi(Z_i|X_i)$  de la table ci-dessus. Pour  $n = 2, m = 2$  on trouve la table conditionnelle :

$\mathbf{x}$	$\pi(2 \mathbf{x})$	$\pi(1 \mathbf{x})$	$\pi(0 \mathbf{x})$
(2, 2)	1	$\max(\kappa_1^{12}, \kappa_2^{12})$	$\kappa_1^{02} * \kappa_2^{02}$
(2, 1)	1	1	$\kappa_1^{02} * \kappa_2^{01}$
(2, 0)	1	$\kappa_1^{12}$	$\kappa_1^{02}$
(1, 2)	1	1	$\kappa_1^{01} * \kappa_2^{02}$
(1, 1)	0	1	$\kappa_1^{01} * \kappa_2^{01}$
(1, 0)	0	1	$\kappa_1^{01}$
(0, 2)	1	$\kappa_2^{12}$	$\kappa_2^{02}$
(0, 1)	0	1	$\kappa_2^{01}$
(0, 0)	0	0	1

Plus généralement, si on a  $m$  niveaux de gravité, et  $n$  variables causales, il faut donner  $\frac{nm(m+1)}{2}$  coefficients pour définir le MAX incertain. Si on y ajoute des fuites, il faut ajouter  $\frac{m(m+1)}{2}$  par variable, pour remplacer les 0 dans les tables conditionnelles  $\pi(Z_i|X_i)$  (on suppose qu'un effet de forte gravité peut survenir même si les causes répertoriées sont de faible intensité).

### 3.4 ET incertain

On suppose les variables booléennes ( $Y = y$  ou  $\neg y$ , etc.). Le ET incertain ("noisy AND") suppose que  $X_i = x_i$  représente une cause

nécessaire de  $Y = y$ . On utilise encore les tables :

$\pi(Z_i X_i)$	$x_i$	$\neg x_i$
$z_i$	1	0
$\neg z_i$	$\kappa_i$	1

On peut donc construire la table de possibilités conditionnelles  $\pi(Y|(X_1, \dots, X_n))$  par l'équation (2) avec  $f(Z_1, \dots, Z_n) = \bigwedge_{i=1}^n Z_i$ . On remarque que  $y$  ne s'obtient que si  $pa(Y) = (z_1, \dots, z_n)$ . On trouve donc

$$\begin{aligned} & \pi(\neg y|x_1, \dots, x_n) = \max_{z_1, \dots, z_n: \neg y = z_1 \wedge \dots \wedge z_n} *_{i=1}^n \pi(z_i|x_i) = \max_{i=1}^n \pi(\neg z_i|x_i) = \max_{i=1}^n \kappa_i. \\ & \pi(y|(x_1, \dots, x_n)) = 1. \\ & \pi(\neg y|\mathbf{x}) = 1, \pi(y|\mathbf{x}) = 0 \text{ si } \mathbf{x} \neq (x_1, \dots, x_k) \text{ (si au moins une des causes est absente l'effet est nécessairement absent).} \end{aligned}$$

Pour  $n = 2$ , l'équation (2) donne la table conditionnelle :

$\pi(y X_1 X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$
$x_2$	1	0
$\neg x_2$	0	0

$\pi(\neg y X_1 X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$
$x_2$	$\max(\kappa_1, \kappa_2)$	1
$\neg x_2$	1	1

Plus généralement, s'il y a  $n$  causes, il faut fournir  $n$  valeurs de paramètres  $\kappa_i$ . Le cas du ET incertain avec fuite correspond à la possibilité  $\pi(z_L) = \kappa_L < 1$  qu'un facteur externe  $Z_L = z_L$  ne cause  $Y = y$  indépendamment des valeurs de  $X_i$ . Soit  $f(Z_1, \dots, Z_n, Z_L) = (\bigwedge_{i=1}^n Z_i) \vee Z_L$ . Pour  $n = 2$ , l'équation (2) donne la table conditionnelle :

$\pi(y X_1 X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$
$x_2$	1	$\kappa_L$
$\neg x_2$	$\kappa_L$	$\kappa_L$

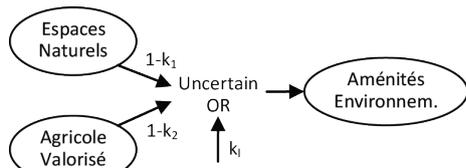
$\pi(\neg y X_1 X_2)$	$x_1$	$\neg x_1$
$x_2$	$\max(\kappa_1, \kappa_2)$	1
$\neg x_2$	1	1

Il est également possible de définir un MIN incertain dans le même esprit que le MAX incertain. Le cadre possibiliste semble permettre l'expression d'une palette plus large de connecteurs incertains que dans le cas probabiliste, en permettant l'expression d'ignorances partielles.

## 4 Illustration

Pour illustrer l'utilisation des connecteurs incertains, on utilise le même exemple de la Fi-

Figure 1, relatif à un fragment du modèle de la spécialisation sociale dans l'aire métropolitaine marseillaise. Ici, le connecteur OU incertain, nécessite l'élicitation de trois paramètres : les deux « forces possibilistes » des variables d'entrée (nécessités de la conséquence étant donnée chacune des causes suffisantes) et le paramètre de fuite, traduisant l'activation de la conséquence par des causes non modélisées.



Où  $(1-k_i) = N(z_i|x_i)$  interprétable comme « force possibiliste » de la cause  $x_i$   
 $\Pi(\text{aménités\_environnementales} | \text{espaces\_naturels}, \text{agricole\_valorisé}) =$   
 Uncertain OR (*leak* 0.1, *espaces\_naturels* 0.8, *agricole\_valorisé* 0.9)

Table des possibilités conditionnelles pour la variable *aménités environnementales* :

espaces_naturels	agricole_valorisé	oui	non
oui	oui	1	$\min(k_1, k_2)=0.1$
oui	non	1	$K_1=0.1$
non	oui	1	$K_2=0.2$
non	non	$K_1=0.1$	1

Figure 2 – Génération d’une TPC à partir d’un connecteur Uncertain OR

Cette table permet l’inférence possibiliste à partir de connaissances incertaines. Si, dans une commune de l’aire d’étude, on est relativement certain d’être en présence d’espaces naturels ( $\Pi = 1, N = 0.5$ ) et s’il est seulement partiellement possible ( $\Pi = 0.5$ ) d’être en présence d’espaces agricoles valorisés, on peut par exemple conclure qu’il est relativement certain ( $N = 0.5$ ) que la commune possède des aménités environnementales. Une autre différence avec le modèle probabiliste est la possibilité de garder les paramètres  $k_i$  dans l’inférence des conclusions, pour suivre quelle est la sensibilité de ces dernières aux paramètres des relations incertaines. Pour mieux apprécier les avantages de l’utilisation des connecteurs incertains, on considère maintenant un fragment plus complexe du modèle de l’aire métropolitaine marseillaise. Ce fragment est composé de 9 variables (Figure 3).

Les valeurs que les variables peuvent prendre, ainsi que leur type (observable / non observable) sont résumées dans le Tableau 1. Ce graphe présente 3 noeuds ET, ceux conduisant aux deux variables “Percolation” et à la variable “Situation T2”, tandis que l’évaluation de la variable “Évolution” est le résultat d’un noeud MAX. La distribution de possibilités conditionnelles attachée au noeud “Évolution” comporte  $2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 3 = 96$  valeurs. En utilisant le MAX incertain (sans fuite), on n’aura besoin de spécifier que  $2 + 2 + 2 + 6 = 12$  valeurs (l’exemple de la table de la section 3.3 où  $X_i$  et  $Z_i$  prennent chacun 3 valeurs, se transpose aisément aux cas où  $X_i$  prend, comme dans notre exemple, 2 ou 4 valeurs, tandis que  $Z_i$  prend 3 valeurs).

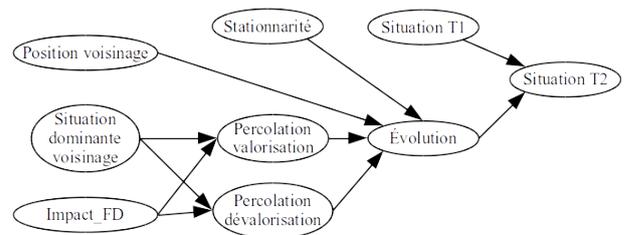


Figure 3 – Modèle graphique simplifié des processus de valorisation/dévalorisation.

L’application du ET incertain et du MAX incertain, introduits dans la section précédente, et la propagation (en avant) des possibilités dans un tel graphe ne pose pas de problème particulier sur de tels réseaux. On peut facilement tester différentes hypothèses sur la connaissance dont on dispose sur les variables d’entrée pour en voir les conséquences sur “Situation T2”. Une autre question d’intérêt est la comparaison de l’impact de l’utilisation du minimum ou du produit dans la définition du conditionnement possibiliste. Enfin, une comparaison avec l’approche probabiliste devrait mettre en évidence une meilleure appréciation des effets de l’ignorance partielle de la valeur de certains paramètres sur la conclusion (rappelons qu’en probabilités une distribution équirépartie, peut aussi bien correspondre par exemple à des fréquences connues comme rigoureusement égales, qu’à une tentative de représentation d’un

état d'ignorance complète).

Variable	Obs.	Modalités
Position voisinage	oui	autre, marge, contraste, enclavé
Situation dom. voisinage	oui	valorisé, autre, dévalorisé
Impact flux dominants	oui	aucun, FD chômeurs, FD cadres
Stationnarité	oui	oui, non
Percolation valorisation	non	oui, non
Percolation dévalorisation	non	oui, non
Évolution	non	dévalorisation, aucune, valorisation
Situation T1	oui	valorisé, autre, dévalorisé
Situation T2	non	valorisé, autre, dévalorisé

Tableau 1 – Variables du modèle graphique.

## 5 Conclusion

Dans beaucoup de domaines, faute de statistiques suffisantes, l'incertitude ne peut être quantifiée qu'assez grossièrement. Le problème de géographie humaine considéré dans cet article en est un bon exemple. Des outils tels que les réseaux possibilistes trouvent alors leur intérêt. Nous avons établi dans cet article la contrepartie possibiliste des connecteurs bruités des réseaux bayésiens afin, comme pour ces derniers, de pouvoir facilement spécifier des tables conditionnelles. L'attrait du cadre possibiliste est également lié à sa capacité à représenter des états d'ignorance et à en propager les conséquences en faisant apparaître explicitement les paramètres possibilistes du modèle dans les résultats, ce qui n'est pas possible dans le cadre probabiliste. De surcroît, la logique possibiliste peut être employée pour fusionner les connaissances incertaines élicitées auprès de plusieurs experts [5].

### Remerciements :

Cet article a été produit dans le cadre du projet Géo-Incertitude, fédérant les UMR ESPACE, IRIT et I3S et financé par le CNRS dans le cadre du programme interdisciplinaire PEPS HuMaIn

## Références

- [1] A. Antonucci. The imprecise noisy-OR gate. Proc. 14th Int. Conf. on Information Fusion (FUSION'11), Chicago, IL., July 5-8, pp.1-7, 2011.
- [2] M. Bassand. *Métropolisation et inégalités sociales*. PPUR, Lausanne, 1997
- [3] N. Ben Amor, S. Benferhat, K. Mellouli. Anytime propagation algorithm for min-based possibilistic graphs. *Soft Computing*, 8, 150-161, 2003.
- [4] S. Benferhat, D. Dubois, L. Garcia, H. Prade. On the transformation between possibilistic logic bases and possibilistic causal networks. *Int. J. Approx. Reasoning*, 29 (2), 135-173, 2002.
- [5] S. Benferhat, S. Kaci. Fusion of possibilistic knowledge basis from a postulate point of view. *Int. J. Approx. Reasoning*, 33, 255-285, 2003.
- [6] S. Benferhat, Ph. Leray, K. Tabia. Modèles graphiques pour l'incertitude : inférence et apprentissage. In : *Algorithmes pour l'Intelligence Artificielle*, Vol. 2 du *Panorama de l'Intelligence Artificielle. Ses bases méthodologiques, ses développements*, (P. Marquis, O. Papini, H. Prade, eds.), Cépaduès, 857-883, 2014.
- [7] M. Buisson, D. Mignot (dir.). *Concentration économique et ségrégation spatiale*. De Boeck, Paris, 2007.
- [8] C. Centi. *Le Laboratoire marseillais. Chemin d'intégration métropolitaine et segmentation sociale*. L'Harmattan, 1996.
- [9] F. Diez, M. Drudzel. *Canonical Probabilistic Models for Knowledge Engineering*. Technical Report CISIAD-06-01, 2007.
- [10] D. Dubois, H. Prade. *Possibility Theory : An Approach to Computerized Processing of Uncertainty*. Plenum Press, 1988.
- [11] G. Fusco. Démarche géo-prospective et modélisation causale probabiliste. *Cybergeo*, doc. 613, <http://cybergeo.revues.org/25423>, 2012.
- [12] G. Fusco, F. Scarella. Reconstitutions territoriales en Provence-Alpes-Côte d'Azur : Analyse croisée par les mobilités quotidiennes et résidentielles. *Cybergeo*, doc. 656, <http://cybergeo.revues.org/26080>, 2013.
- [13] F. Gaschet, C. Lacour. *Métropolisation et ségrégation*. Presses Universitaires de Bordeaux, Pessac, 2008.
- [14] M. Henrion. Some practical issues in constructing belief networks. In L. Kanal, T. Levitt, J. Lemmer (eds.), *Uncertainty in Artificial Intelligence 3*, Elsevier, Amsterdam, pp. 161-173, 1989.
- [15] F. Jensen. *Bayesian Networks and Decision Graphs*. Springer, New York, 2001
- [16] C. Lacour, S. Puissant. *La Métropolisation. Croissance, diversité, fractures*. Economica-Anthropos, Paris, 1999.
- [17] S. Parsons, J. Bigham. *Possibility theory and the generalized Noisy OR model*. Proc. 6th Int. Conf. on Information Processing and the Management of Uncertainty (IPMU'96), Granada, pp. 853-858, 1996.
- [18] S. Sassen. *The Global City : New York, London, Tokyo*. Princeton University Press, Princeton, 1991.
- [19] F. Scarella. *La ségrégation résidentielle en contexte métropolitain. Analyse Spatiale et Géoprospective des dynamiques résidentielles en région PACA*. Thèse de doctorat, UMR ESPACE, Université de Nice Sophia Antipolis, 2014.
- [20] P. Veltz. *Mondialisation, villes et territoires*. PUF, Paris, 2005.
- [21] L. A. Zadeh. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1, 3-28, 1978.